



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

25.04.2015/ მათ/III/ 611

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$4x^2 - 13xy + 4y^2 = (x-y+1)^2$
 $4(x-y)^2 + xy = (x-y+1)^2$ თუ ვანუშობთ აკმაყოფილებს რაიმე $(a;b)$ წყვილი მაშინ
 ეს განტოლება $(b;a)$ წყვილისათვისაც სამართლიანია რადგან:
 თუ $4(a-b)^2 + ab = (1a-b+1)^2$
 $4(b-a)^2 + ba = (1b-a+1)^2$ $\left. \begin{matrix} (a-b)^2 = (b-a)^2 \\ |a-b| = |b-a| \end{matrix} \right\} \Rightarrow$ ყოველთვის სამართლიანია
 როგორც $(a;b)$ ისე $(b;a)$ წყვილისთვის.
 ამიტომ ჩავთვალოთ რომ $x \geq y$ და ვიპოვოთ ისეთი $(x;y)$ წყვილები სადაც
 x , მეტია y , ამის შემდეგ ვპოვობთ y -ის წყვილებს სადაც $y \geq x$ (x და y უნდა იყოს
 $x \geq y$
 1. დაეუძვარა $x=y$ მაშინ
 $4x^2 - 13x^2 + 4x^2 = 1 \Rightarrow (1;1)$
 $x^2 = 1 \quad x = \pm 1 \quad (-1;-1)$ აკმაყოფილებს ყოველთვის.
 2. $x > y$
 თუ x -ის y -რომელიმე ღერძი (წინააღმდეგობა არ აქვს რომელიმე ავადმყოფი წყვილის
 შესატყვისის შესაძლებლობის გამო) მაშინ დაგვჭირდება x ღერძი $x \geq 2x$
 $28x^2 - 26xy + 4y^2 = (2x-y+1)^2$
 თუ y ღერძი მიხსენა მხარე ღერძი მიხსენა ვერა
 თუ y ვერა მიხსენა მხარე ვერა მიხსენა ღერძი \Rightarrow
 $\Rightarrow x, y$ არიან ვერა რიცხვები $\Rightarrow x-y$ - არის ღერძი
 $4(x-y)^2 + xy = (x-y+1)^2 \quad (x-y) = a \quad x = a+y \quad a$ -ღერძია
 $4a^2 + xy = a^2 + 3a^2 + 3a + 1$
 $y^2 + ay = a^3 - 4a^2 + 3a + 1$



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
 შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
 ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

25.04.2015/ მათ/III/ 611

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

თუ $a=2$

$$y^2 + 2y = 8 - 16 + 8 + 1$$

$$y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$y = -1 \quad x = 1 \quad (1, -1) \quad (-1, 1) \quad \text{აკმაყოფილებენ წოდობას}$$

თუ $a=4$

$$y^2 + 4y = 64 - 64 + 12 + 1$$

$$y^2 + 4y - 13 = 0$$

მთელი რიცხვებში ამონახსნი არ აქვს.

თუ $a=6$

$$y^2 + 6y = 216 - 144 + 18 + 1 = 91$$

$$y^2 + 6y - 91 = 0 \quad (13, 7) \quad (7, 13)$$

$$y_1 = 7 \quad y_2 = -13 \quad (-7, -13) \quad (-13, 7) \quad \text{აკმაყოფილებს წოდობას}$$

$$x_1 = 13 \quad x_2 = -7$$

თუ $a > 6$

$$y^2 + ay = a^3 - 4a^2 + 3a + 1$$

არ აქვს ამონახსნი



შოთა რუსთაველის ეროვნული
სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL
SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

25.04.2015/ მათ/III/ 611

ამოცანა №

გვერდი №

Large dashed rectangular area for the problem solution.



შოთა რუსთაველის ეროვნული
სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL
SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

25.04.2015/ მათ/III/

633

ამოცანა №

გვერდი №



შოთა რუსთაველის ეროვნული
სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL
SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 9

25.04.2015/ მათ/III/ 633

ამოცანა №

გვერდი №